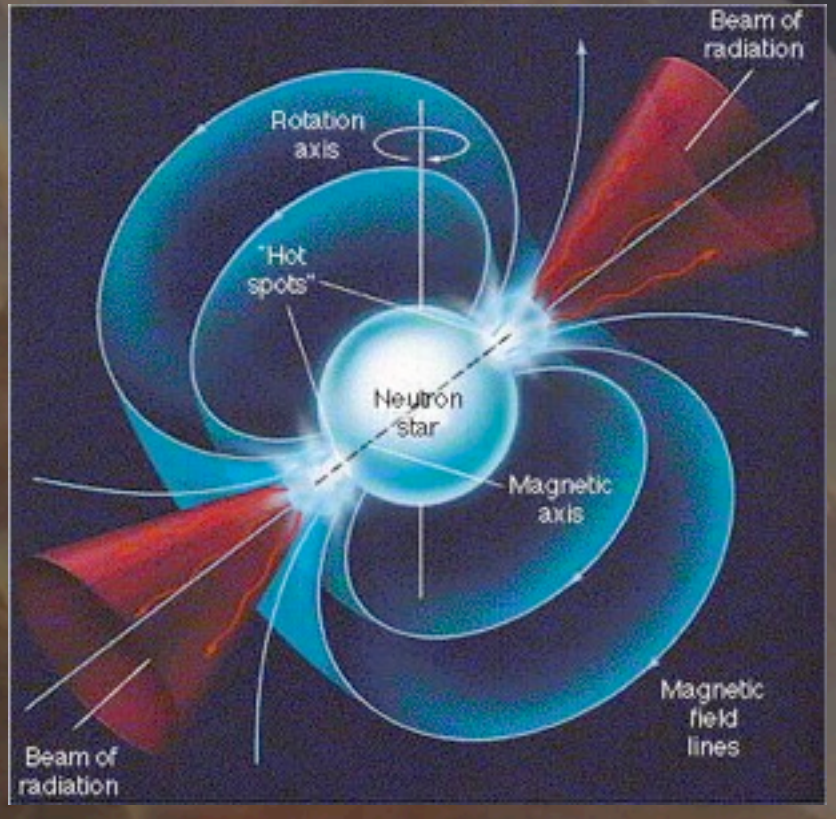
Le paramètre de spin d'étoiles compactes en rotation uniforme



Le paramètre de spin d'étoiles compactes en rotation uniforme

Ka-Wai Lo
Lap-Ming Lin

17 nov. 2010

University of Hong-Kong

THE SPIN PARAMETER OF UNIFORMLY ROTATING COMPACT STARS

KA-WAI LO* AND LAP-MING LIN†
Department of Physics and Institute of Theoretical Physics, The Chinese University of Hong Kong, Hong Kong, China

(Dated: November 17, 2010)
Draft version November 17, 2010

ABSTRACT

We study the dimensionless spin parameter j $(= cJ/(GM^2))$ of uniformly rotating neutron stars and quark stars in general relativity. We show numerically that the maximum value of the spin parameter of a neutron star rotating at the Keplerian frequency is $j_{\max} \sim 0.7$ for a wide class of realistic equations of state. This upper bound is insensitive to the mass of the neutron star if the mass of the star is larger than about 1 $M_\odot$. On the other hand, the spin parameter of a quark star modeled by the MIT bag model can be larger than unity and does not have an universal upper bound. Its value also depends strongly on the bag constant and the mass of the star. Astrophysical implications of our finding will be discussed.

Subject headings: Dense matter—stars: neutron—stars: rotation

Étoile compacte en rotation uniforme

La solution générale aux équations d'Einstein dans cette situation est donnée par la métrique de Kerr

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}$$

$$r_s = \frac{2GM}{c^2}$$

$$c^2 d\tau^2 = \left(1 - \frac{r_s r}{\rho^2}\right) c^2 dt^2 - \frac{\rho^2}{\Delta} dr^2 - \rho^2 d\theta^2 - \left(r^2 + \alpha^2 + \frac{r_s r \alpha^2}{\rho^2} \sin^2\theta\right) \sin^2\theta \; d\phi^2 + \frac{2 r_s r \alpha \sin^2\theta}{\rho^2} c\, dt\, d\phi$$

$$\alpha = \frac{J}{Mc}$$
$$\rho^2 = r^2 + \alpha^2 \cos^2\theta$$
$$\Delta = r^2 - r_s r + \alpha^2$$

Étoile compacte en rotation uniforme

Elle ne dépend que de M et J !

Pour les trous noirs, on discerne deux cas:

- J b GM/c^2 : Trou noir en rotation
- J > GM/c^2 : Singularité nue

Singularité nue

Elles consistent en une singularité sans horizon des événements l'entourant (comme le cas d'un trou noir)

- Roger Penrose, 1969 : “Conjecture de la censure cosmique”
- Problèmes de causalité pour une singularité nue au sens global

Étoile compacte en rotation uniforme

On introduit le paramètre de spin:

$$j = cJ/GM^2$$

- Paramètre sans dimension
- Pour un trou noir, j b 1 (censure cosmique)
- Pour des étoiles de la séquence principale, j n'est pas contraint et dépend fortement de M

L'ouvrage en question

- Les auteurs pointent qu'aucune étude par rapport à j n'a été menée pour des étoiles compactes
- Ceux-ci relèvent deux impacts importants d'une telle étude :

(1) Comprendre les oscillations quasi-périodiques des étoiles compactes possédant un disque d'accrétion

L'ouvrage en question

- Les auteurs pointent qu'aucune étude par rapport à j n'a été menée pour des étoiles compactes
- Ceux-ci relèvent deux impacts importants d'une telle étude :

(2) Déterminer le destin d'une étoile compacte en rotation

L'ouvrage en question

Les auteurs se concentreront sur ces points à l'aide de solutions numériques:

- Déterminer j_{max} pour les étoiles à neutrons
- Étudier j_{max} pour les hypothétiques étoiles à quarks
- Discuter des implications astrophysiques de ces résultats

Les résultats

Étoiles à neutrons :

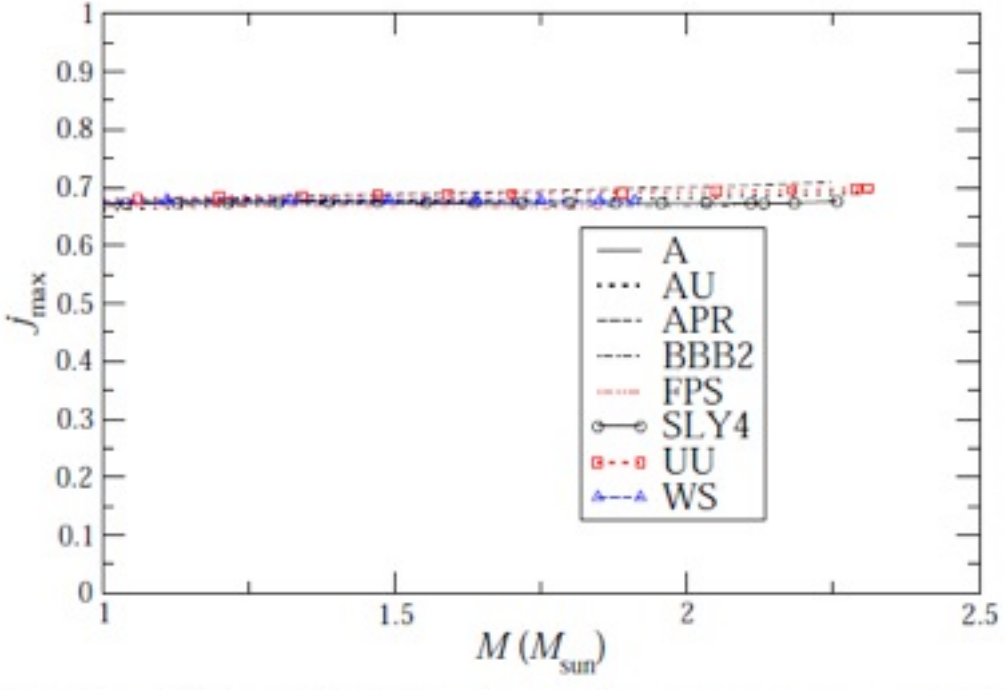


FIG. 3.— (Color online) Maximum spin parameter as a function of the gravitational mass for rotating neutron stars.

Les résultats

Étoiles à neutrons :

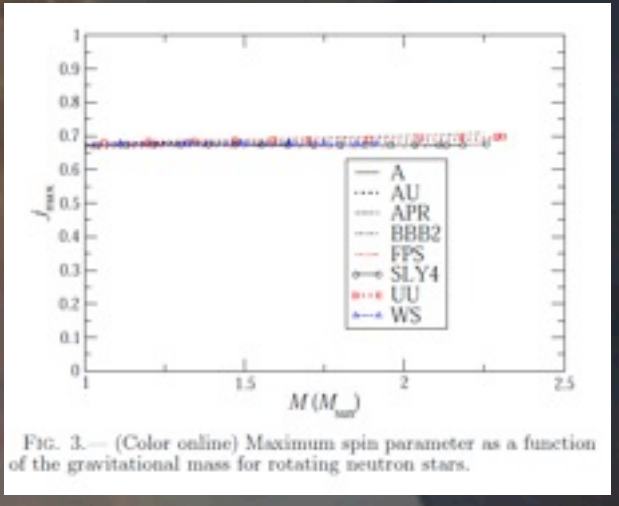


FIG. 3.— (Color online) Maximum spin parameter as a function of the gravitational mass for rotating neutron stars.

- j max dépend peu de M
- j max dépend peu du modèle
- On a 6.5 b j max b 7.0

Les résultats

Étoiles à neutrons :

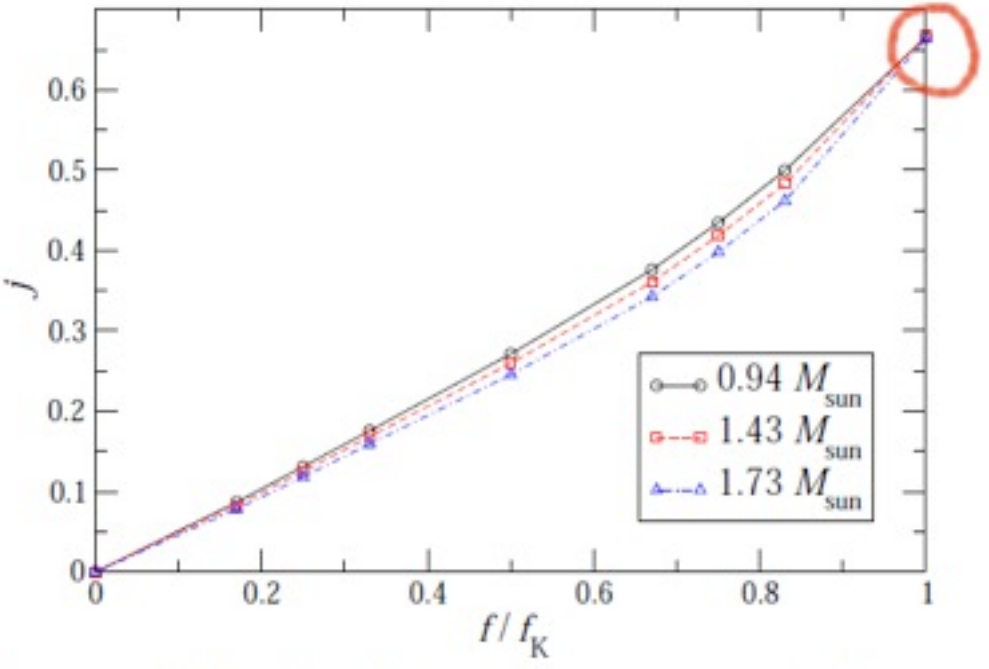


FIG. 4.— (Color online) The spin parameter is plotted against the scaled rotation frequency for neutron stars constructed with the FPS EOS. Each line represents a sequence of fixed total particle number. Each sequence is labeled by the gravitational mass of its non-rotating configuration.

Les résultats

Étoiles à neutrons :

- j_{max} dépend très peu de f,

peu importe M

- f est la fréq. de rotation

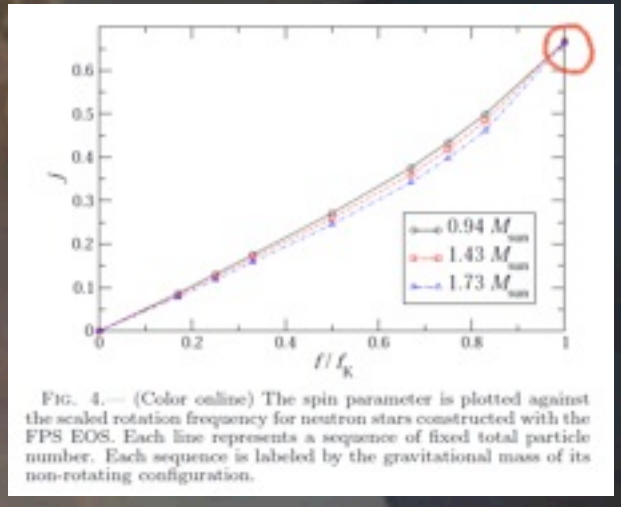


FIG. 4.— (Color online) The spin parameter is plotted against the scaled rotation frequency for neutron stars constructed with the FPS EOS. Each line represents a sequence of fixed total particle number. Each sequence is labeled by the gravitational mass of its non-rotating configuration.

- f_K est la fréquence de rotation Keplérienne

C'est la fréq. de l'orbite circulaire d'un corps orbitant l'étoile à neutrons vis-à-vis son équateur

$$\omega_K = \left(\frac{GM}{R^3}\right)^{1/2}$$

Les résultats

Étoiles à neutrons :

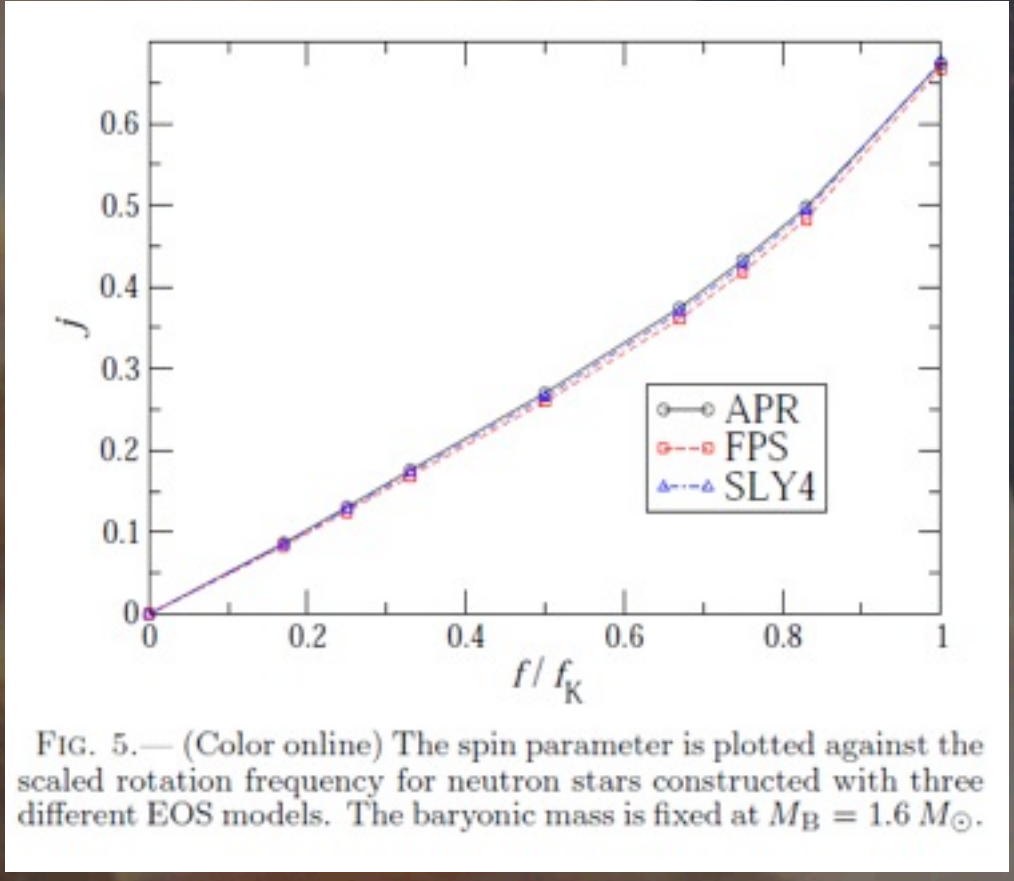


FIG. 5.— (Color online) The spin parameter is plotted against the scaled rotation frequency for neutron stars constructed with three different EOS models. The baryonic mass is fixed at $M_B = 1.6\, M_\odot$.

Les résultats

Étoiles à neutrons :

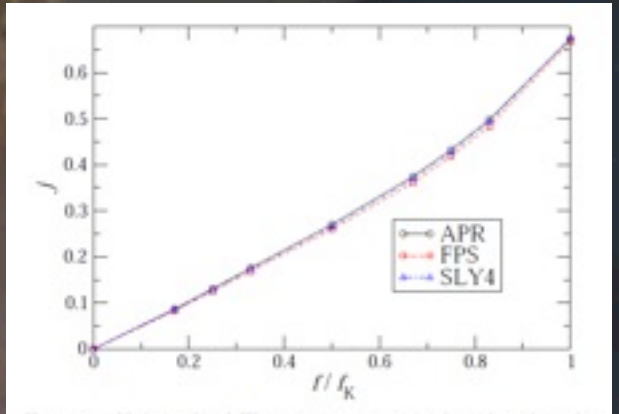


FIG. 5.— (Color online) The spin parameter is plotted against the scaled rotation frequency for neutron stars constructed with three different EOS models. The baryonic mass is fixed at $M_B = 1.6\,M_\odot$.

- Le fait que j_{max} dépende très peu de f est vrai pour tous les modèles

Les résultats

Étoiles à quarks :

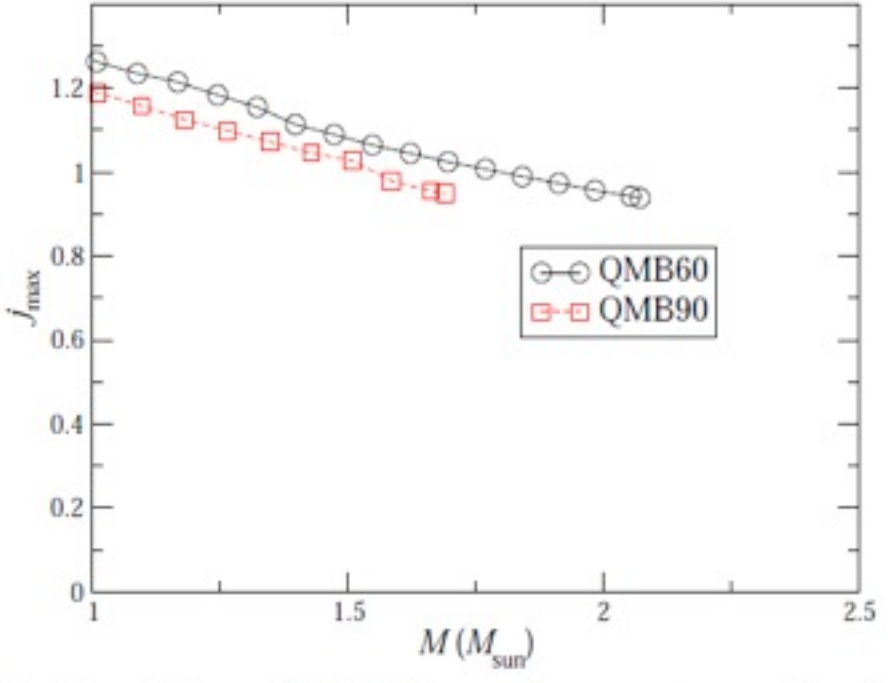


FIG. 6.— (Color online) Maximum spin parameter as a function of the gravitational mass for rotating quark stars.

Les résultats

Étoiles à quarks :

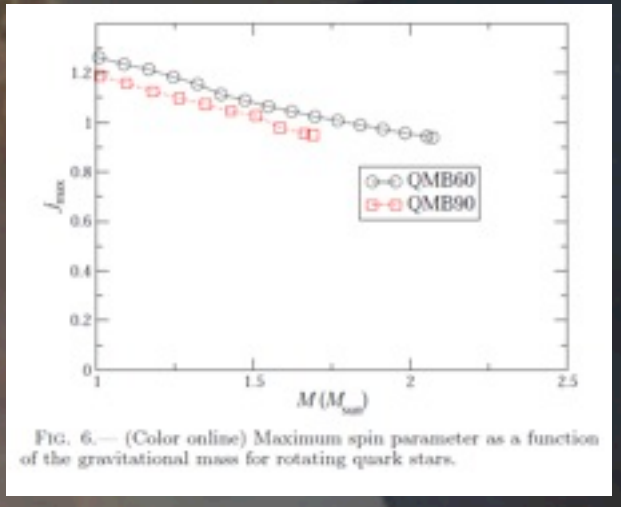


FIG. 6.— (Color online) Maximum spin parameter as a function of the gravitational mass for rotating quark stars.

- On voit que $j_{max} > 0.7$ et même $j_{max} > 1$!
- Les deux modèles sont en accord sur ce fait

Les résultats

Étoiles à quarks :

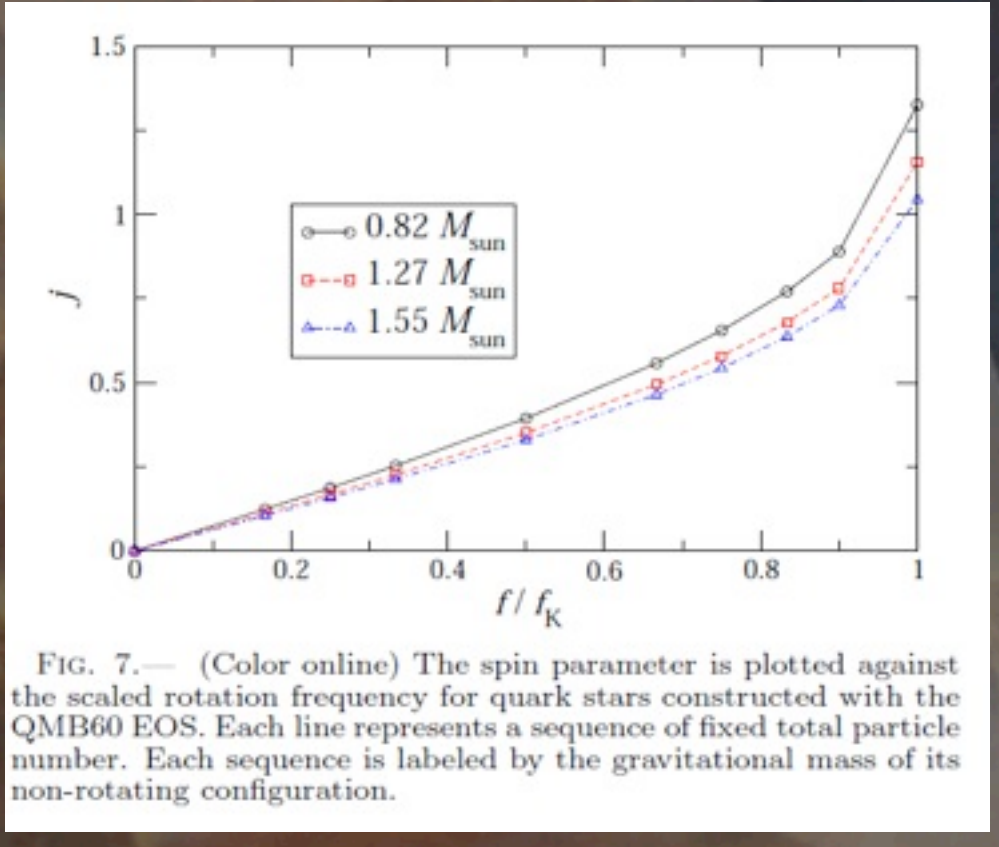


FIG. 7.— (Color online) The spin parameter is plotted against the scaled rotation frequency for quark stars constructed with the QMB60 EOS. Each line represents a sequence of fixed total particle number. Each sequence is labeled by the gravitational mass of its non-rotating configuration.

Les résultats

Étoiles à quarks :

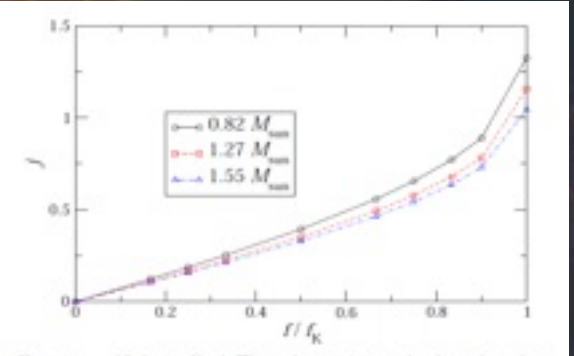


FIG. 7.— (Color online) The spin parameter is plotted against the scaled rotation frequency for quark stars constructed with the QMH60 EOS. Each line represents a sequence of fixed total particle number. Each sequence is labeled by the gravitational mass of its non-rotating configuration.

- Cependant, ici j_{max} dépend bien de f
- Les valeurs intéressantes $j_{max} > 0.7$ sont obtenues seulement pour de grandes f

Intérêt

Si on arrive à mesurer j pour des objets à rotation rapide, on a un critère pour différencier une étoile à neutrons d'une étoile à quarks !

Cependant...

La mesure du paramètre de spin

est très difficile ! Elle n'a jamais été effectuée pour des étoiles compactes.

Les auteurs proposent une méthode :

- Binaires à rayons X de faible masse
  - j affecte l'orbite de particules autour de l'étoile
  - Ainsi, les fréquences de rotation trahiraent la valeur de j

La mesure du paramètre de spin

- Au premier ordre de j, on a :

$$2\pi\nu_\phi = \left[1 - j\left(\frac{GM}{rc^2}\right)^{3/2}\right]\left(\frac{GM}{r^3}\right)^{1/2}$$

Valide pour j b 0.1 environs

- Cependant, ce qui nous intéresse
  c'est j > 0.7 !
- Pour j quelconque, pas de forme analytique
  = méthodes numériques plus complexes

Une première étoile à quarks ?

- Kato et al (2008) ont étudié les oscillations quasi-périodiques dans la lumière de l'étoile Cir X-1
- Ils appliquent un modèle pour ces oscillations faisant intervenir un couplage nonlinéaire entre les modes d'oscillation acoustique et les déformations intertielles de son disque d'accrétion

Une première étoile à quarks ?

- Ils réussissent à obtenir un bon accord avec les observations avec les paramètres suivants :

$$M \sim 1.5 - 2.0\ M_{\odot}$$

$$j \sim 0.8.$$

- Ainsi, j > 0.7 et on pourrait alors possiblement être en présence d'une étoile à quarks !

À quoi peut bien ressembler Cir-X1 ?

